

Slučajne varijable - zadaci za vježbu

Zadatak 1. Bacamo dvije kocke. Neka je X kvadrat razlike dobivenih brojeva. Odredite razdiobu, očekivanje i varijancu od X .

Zadatak 2. U vreći je 9 bijelih i 6 crnih kuglica. Na sreću izvlačimo tri kuglice. Neka je X broj bijelih kuglica među izvučenima. Odredite očekivanje i varijancu od X .

Zadatak 3. Bacamo kocku sve dok se šestica ne pojavi drugi put. Neka je X broj bacanja. Odredite distribuciju, očekivanje i varijancu od X .

Zadatak 4. Neka je razdioba od X jednaka

$$X \sim \left(\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & k & \dots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & \frac{1}{2^4} & \dots & \frac{1}{2^k} & \dots \end{array} \right).$$

Odredite očekivanje i varijancu od X . Odredite razdiobu od $\cos \pi X$ te njeno očekivanje i varijancu.

Zadatak 5. Ovaj zadatak nije u izravnoj vezi s vjerojatnošću, ali vam može pomoći pri nekim od prethodnih zadataka.

Deriviranjem obje strane izraza

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1$$

pokažite da vrijedi

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}, \quad |x| < 1.$$

Deriviranjem posljednje relacije pokažite da je

$$\sum_{k=0}^{\infty} k^2 x^k = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}, \quad |x| < 1.$$

Zadatak 6. Na sreću biramo točku unutar kvadrata stranice duljine 1, a sa X označimo njenu udaljenost od najbliže stranice kvadrata. Odredite funkciju razdiobe i funkciju gustoće od X .

Zadatak 7. Zadana je funkcija gustoće slučajne varijable X

$$f_X(x) = 4x^k, \quad x \in [0, 2].$$

Odredite vrijednost od k i funkciju razdiobe F_X .

Zadatak 8. Neka je $X \sim \mathcal{N}(-2, 16)$. Odredite x za koji vrijedi $\mathbb{P}(X \leq x) = 0.7324$.

Zadatak 9. Odredite parametre normalno distribuirane varijable X ako vrijedi $\mathbb{P}(X \leq 7) = 0.3974$ i $\mathbb{P}(X > 12) = 0.8790$.